Les Nœuds logiques
et leurs effets sur les tables de vérité
présentées comme des tables de lois de composition internes

J.M. Vappereau, le 12 mars 2015

Nos premiers travaux en logique classique modifiée étaient menés dans un nœud logique dés plus simple que nous notons maintenant (0, S). Il s'agissait de le définir par l'introduction d'une première négation modifiée notée : ~, en tant que nouvelle lettre accompagnée d'une clause formative :

cf. 4 "Si P est une expression bien écrite alors (~P) est une expression bien écrite"

et d'un axiome supplémentaire :

$$\text{ax. 5} \quad (\sim p \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow \neg q))$$

qui permettait de définir dans l'epace de la Logique modifiée une seconde négation modifiée extrinsèque, du fait de la définition de cette nouelle négation, au nœud Logique (0, S) qui avait provoqué la modification par la négation qui lui est propre.

En effet la seconde négation modifiée était définie par l'expression :

$$\overline{p} =_{def} (\neg p \wedge \neg\sim p)$$

qui emploie les deux négations à la fois (¬p) du nœud classique trivial (0,1) et (~p) du nouveau nœud logique (0, S) ce qui l'a rend improppre à participer de l'un et de l'autre.

Cette troisième négation est en fait la négation pseudo classique d'un troisième nœud logqie défini par (0, ¬S) dans cet espace où sont plongés les nœuds.

Nous voulions éclairer à cette époque (1985-1990) les apories de la logique classique comme *la condition d'emploi tarskienne du prédicat de vérité* (voir L'AMOUR DU TOUT AUJOURD'HUI[1]) et quelques aporie freudienne, à commencer par la définition en bonne logique de l'opérateur ofondamental de Freud nommé inconscient (voir EROS ET PSYCHE) et contredire ainsi Wundt qui n'avait pas imaginé qu'une telle solution soit constructible.

Il faut signaler ici que Wundt ne fait que prendre la suite de Locke, le fondateur de la conscience européenne, dont É. Balibar à revue la traduction historique de Coste et où dans sa préface il met, à juste titre, ses collègues devenus psychanalystes lacaniens, au défi de rendre compte de l'objection Lockienne[2]. Une seule objection persiste dans la question qui demande "Pourquoi ne le fait-il pas lui même?" car quiconque est embarqué, comme le dirait B. Pascal, au lieu de refiler le problème aux copains de l'Ecole qui n'en peuvent rien dire, et faire comme si la psychanalyse de Freud et de Lacan n'était qu'une idéologie modaine (sic).

Ici le psychisme qui est "~ conscient" lire "non Cs." n'est pas le "~ psychisme" lire le "non Ψ" comme l'assertent Wundt comme beaucoup d'autres mais un "non Cs." équivalant à un "non Ψ." produit par la négation d'un autre nœud psychique.

Il ne s'agit pas de phénomène mais de faits du langage en tant que l'effectivité (Wirklichkeit) dont nous traitons relève de ce qui s'écrit et s'oppose, en cette matiére, à ce qui, réel, ne s'écrit pas.

Ce sont ces différentes solutions qui nous ont conduit à retrouver la Logique classique sous divers aspect afin de la situer dans les Algèbres de Boole $B_2 = (\{0, 1\}^n, +, \times)$ retrouvées et associées alors par René Guitart[3] aux Corps d'extension de Galois de caractéristique 2 (deux) $GF(2^n)$ avec leur structure linéaire d'espace vectoriel.

---

[1] sur jeanmichel.vappereau.free.fr

[2] É. Balibar 1998 : *Identité et différence. Le chapitre II, xxvii de l'Essay concerning Human Understanding de Locke. L'invention de la conscience*, Editions du Seuil (traduction, introduction et commentaire)

[3] Travaux de René Guitard qui produisent un lien entre Boole et Galois et qui nous ont fait progresser dans l'écriture des ces modifications (Se reporter aux travaux de René Guitart http://webusers.imj-prg.fr/~rene.guitart/ surtout *Moving logic, from Boole to Galois, Colloque International "Charles Ehresmann : 100 ans", 7-9 octobre 2005, Amiens, Cahiers Top Géo Diff Cat vol. XLVI-3, 2005, p. 196-198*).

Attention, il y une difficulté pour les débutants qui relève de l'art de l'algébriste véritable. Si les sommes respectives de $GF(2^n)$ et de B_2 sont identifiables, les expressions de leurs produits respectifs sont différents de l'expression de l'un à l'expression de l'autre.

La logique n'est pas binaire (deux valeurs exclusives) comme on se plait à le répéter de manière sommaire et rigide car même dans ses modèles automatisées, *elle est de caractéristique deux*, ce qui veut dire dialectique ou involutive car *l'opposé additif* existe mais se réduit *au terme positif* ($+x = -x$) conséquence de cette caractéristique deux ($2x = 0$). Ceci reste cohérente avec les axiomes de type Booleen comme ($x^n = x$) avec qui étendent la plus petite algèbre de Boole triviale de la logique classique, à la *logique modifiée* permettant diverses analyses de la vérité[4]. Elles sont déjà présentes comme contexte extrinsèque des démonstrations de Post avant que son théorème ne reconduise sa sémantique ds tables à la trivialisation classique de B. Russell. Tout ceci mérite d'être reconsidéré de prés malgré les préjugés tenace.

Maintenant nous pouvons présenter la Logique modifiée au moyen des nœuds logiques et de cette nouvelle manière.

Définition du nœud logique quelconque (u,V)

1. Les connecteurs θ_{uV} intrinsèques au nœud (u,V)

modification du connecteur binaire classique θ grâce à son connecteur dual morganien θ^*

Définition 1

Un connecteurs binaire θ_{uV} intrinsèques au nœud (u,V) est défini par l'expression

$$(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V.(X\theta Y) + u(V+1).(X\theta^* Y)$$

avec

$$(X\theta Y) = [\alpha XY+\beta X+\gamma Y+\delta] \qquad \text{et} \qquad (X\theta^* Y) = [((X+1)\theta(Y+1))]+1$$

où α, β, γ et δ sont éléments de $\{0, 1\}$

Premiers calculs

$$(X\theta^* Y) = [\alpha XY+(\alpha+\beta)X+(\alpha+\gamma)Y+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+1)]$$
$$= [\alpha XY+\beta X+\gamma Y+\delta] + \alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)$$
$$(X\theta^* Y) = (X\theta Y) + \alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)$$

$$(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V(X\theta Y) + u(V+1)[(X\theta Y) + \alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)]$$
$$\underline{(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+V)(X\theta Y) + u(V+1)[\alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)]}$$
$$(\mathbf{X}\boldsymbol{\theta}_{uV}\mathbf{Y}) = uV + (u+V)[\alpha\mathbf{XY}+\beta\mathbf{X}+\gamma\mathbf{Y}+\delta] + u(V+1)\mathbf{[}\alpha(\mathbf{X+Y+1}) + (\beta+\gamma+1)\mathbf{]}$$

Développements algébrique de

$$(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V[\alpha\mathbf{XY}+\beta\mathbf{X}+\gamma\mathbf{Y}+\delta] + u(V+1)[\alpha\mathbf{XY}+(\alpha+\beta)\mathbf{X}+(\alpha+\gamma)\mathbf{Y}+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+1)]$$

1) **Résultat 1** <u>expression développée **en X et Y** avec les coefficients donnés</u>

$(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{[}\alpha(u+V)\mathbf{]XY}$

---

[4] Le fameux article magnifique de Emil Post, (en) *Introduction to a general theory of elementary propositions*, 1921. Reproduit dans (en) Jean van Heijenoort (dir.), *From Frege To Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Harvard Univ. Press., 1977 (1re éd. 1967) (présentation en ligne) pp. 264-283. Traduction française, Jean Largeault (dir.), *Logique Mathématique : Textes*, Armand Colin, 1972

$+ [(u+1)V\beta + u(V+1)(\alpha+ \beta)]\mathbf{X}$
$+ [(u+1)V\gamma + u(V+1)(\alpha+\gamma)]\mathbf{Y}$
$+ [(u+1)V\delta + u(V+1)(\alpha+\beta+\gamma+\delta+1)] + uV$

2) **Résultat 2** <u>expression développée **en X et Y** avec les coefficients factorisés en α, β, γ et δ</u>

$$(X\theta_{uV}Y) = [\alpha(u+V)]\mathbf{XY}$$
$$+ [\beta(u+V) + \alpha u(V+1)]\mathbf{X}$$
$$+ [\gamma(u+V) + \alpha u(V+1)]\mathbf{Y}$$
$$+ [\delta(u+V) + (\alpha+\beta+\gamma)u(V+1) + u]$$

3) **Résultat 3** <u>expression développée en **(u+V) et u(V+1)**</u>

$$(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{(u+V)}[\alpha\mathbf{XY}+ \beta\mathbf{X} +\gamma\mathbf{Y}+ \delta]$$
$$+ \mathbf{u(V+1)}[\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)]$$
$$+ \mathbf{u}$$

ainsi le **<u>premier résultat important</u>** ou l'expression de θ_{uV} en fonction de θ

$$(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{(u+V)}[X\theta Y]$$
$$+ \mathbf{u(V+1)}[\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)]$$
$$+ \mathbf{u}$$

---

noter l'emploi de

$$(u+1)V + u(V+1) = (u+V)$$

du fait du développement $(u+1)V + u(V+1) = (u+ uV + uV+V) = (u+V)$

$$(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{u} + \mathbf{u(V+1)}[(X\theta Y)\mathbf{+}\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)] + (u+1)V[X\theta Y]$$

2. L'homomorphisme Ψ_{uV}

Avec la définition,

Définition 2

La fonction entre nœud logique définie comme Ψ_{uV} sur les ensembles

$$\Psi_{uV} : \{0,1\} \to \{u,V\}$$
$$0 \longmapsto u$$
$$1 \longmapsto V$$

s'écrit par une expression des plus simples

$$\Psi_{uV}(p) = u(p+1) +Vp = (u+V)p + u$$

Alors, nous voulons démontrer le théorème principal suivant.

Théorème principal des nœuds logique

$$\mathbf{\Psi_{uV}(p\theta q) = (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))}$$

avec p et q éléments de {0,1}

Commentaire diagrammatique passablement catégorique

Il importe, ***pour l'orientation des débutants***, en utilisant par trois fois la fonction Ψ_{uV}, telle que par son double emploi cette fonction permet de construire

$$(\Psi_{uV} \times \Psi_{uV}) : \{0,1\}^2 \to \{u,V\}^2$$
$$(p , q) \longmapsto (\Psi_{uV}(p), \Psi_{uV}(q))$$

puis en utilisant θ et θ_{uV} de chaque côtés, nous obtenons le diagramme dont la ***commutativité*** (*c'est ainsi que l'algèbre nomme sa propriété*) fait l'objet de notre théorème,

$$\begin{array}{rccc} \Psi_{uV}{}^2 : & \{0,1\}^2 & \rightarrow & \{u,V\}^2 \\ & \theta\downarrow & & \downarrow \theta_{uV} \\ \Psi_{uV} : & \{0,1\} & \rightarrow & \{u,V\} \end{array}$$

soit obtenir les composés $\mathbf{(p\theta q)}$ et $\mathbf{(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))}$ et leur mise en relation par un troisième emploi de Ψ_{uV}, pour comparer ***dans le nœud {u,V}*** les deux expressions

$$\mathbf{\Psi_{uV}(p\theta q)} \text{ et } \mathbf{(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))}.$$

où *les emplois commutent du connecteur puis de la fonction et de la fonction puis du connecteur*.

Nous démontrons ce théorème par le Calcul

Calculs.

1. $\Psi_{uV}(p\theta q) = u((p\theta q) +1) +V(p\theta q) = (u+V)(p\theta q) + u$

$$\mathbf{[a]\ \Psi_{uV}(p\theta q) = (u+V)(p\theta q) + u}$$

$$\text{où } \Psi_{uV}(p\theta q) = (u +V)(\alpha pq+\beta p+\gamma q+\delta) + u$$

lorsque p et q sont éléments de {0,1}

2. $(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = (((u+V)p+u)\ \theta_{uV}\ ((u+V)q+u))$

du fait que $X = \Psi_{uV}(p)$ et $Y = \Psi_{uV}(q)$ sont dans {u,V} lorsque p et q sont éléments de {0,1}.

Ainsi

$(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{(u+V)}\big[((u+V)p+u)\boldsymbol{\theta}((u+V)q+u)\big] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}[\alpha((u+V)p+u) + ((u+V)q+u)+1) + (\beta+\gamma)] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[\alpha\big[(u+V)p+u\big]\big[(u+V)q+u\big] + \big[\beta(u+V)p + \beta u\big] + \big[\gamma(u+V)q + \gamma u\big] + \delta] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha(u+V)p + \alpha u + \alpha(u+V)q + \alpha u + \alpha) + (\beta+\gamma)\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[\alpha\big[(u+V)pq+(u+V)pu+u(u+V)q+u\big] + \big[\beta(u+V)p + \beta u + \gamma(u+V)q + \gamma u\big] + \delta] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha up + \alpha Vp + \alpha uq + \alpha Vq + \alpha + \beta+\gamma\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[\alpha\big[pq+pu+uq+u\big] + \big[\beta p + \beta u + \gamma q + \gamma u\big] + \delta] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha u(p+q) + \alpha V(p+q) + \alpha + \beta + \gamma\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[(\alpha pq + \beta p + \gamma q + \delta) +\alpha u(p+q+1) + u(\beta+\gamma)] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha(p+q)(u+V) + \alpha + \beta + \gamma\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) + \mathbf{(u+V)}(\alpha u(p+q)+\alpha u+u(\beta+\gamma)) \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}(u+V)\alpha(p+q) + \mathbf{u(V+1)}\ (\alpha + \beta + \gamma) + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) + u\mathbf{(u+V)}(\alpha(p+q)+(\alpha+\beta+\gamma)\ ) \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\alpha(p+q) + \mathbf{u(V+1)}\ (\alpha + \beta + \gamma) + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) \\
&\quad + u\mathbf{(V+1)}(\alpha(p+q) + (\alpha+\beta+\gamma)\ ) \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}[\alpha(p+q) + (\alpha+\beta+\gamma)]+ \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) + \mathbf{u}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{[b]\ (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = (u+V)(p\theta q) + u}$$

p et q sont éléments de {0,1}

Par [a] et [b] $\mathbf{\Psi_{uV}(p\theta q) = (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = [(u+V)(p\theta q) + u]}$

n*otre théorème est démontré*.

3. **Conséquence pour la notion de *nœud logique***

Un nœud logique devient un objet

C'est la conséquence de ce théorème qui établi que la fonction $\boldsymbol{\Psi_{uV}}$ est un homomorphisme d'algèbre de Boole entre la Logique canonique classique sur {0,1} et la logique modifiée sur {u,V}.

Il nous permet d'avancer qu'un nœud logique (u,V) est bien une version déformée de la logique canonique classique (0,1) dans ses valeurs et caractérisée par la relation d'aliénation intrinsèque à cette logique[5] entre ses deux valeurs 0 et 1,

$$\mathbf{[0 \nLeftarrow 1] = [(0 \nLeftrightarrow 1) \wedge (0 \Rightarrow 1)] = 1}.$$

la logique modifiée du nœud est ici réduite à ces deux valeurs accompagnées des connecteurs qui participent à sa définion.

Pour cela, nous calculons grâce à notre théorème l'expression de cette relation intrinsèque au nœud logique

$$\mathbf{[\Psi_{uV}(p) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(q)] = [(u+V)(p \nLeftarrow q) + u]}$$

lorsqu'elle lie les deux constantes caractéristiques du nœud données lorsque $p = 0$ et $q = 1$

$$\boldsymbol{\Psi_{uV}(0)} = u \text{ et } \boldsymbol{\Psi_{uV}(1) = V},$$

sachant qu'en algèbre de Boole le connecteur du vel de l'aliénation s'écrit

$$\mathbf{(p \nLeftarrow q) = ((p+1)q) = pq + q}$$

pour donner la relation

$$[\boldsymbol{\Psi_{uV}(p)} \nLeftarrow_{uV} \boldsymbol{\Psi_{uV}(q)}] = [(u+V)\mathbf{(pq+q)} + u]$$

et avec $p = 0$ et $q = 1$ c'est à dire $\mathbf{((p+1)q) = ((0+1)1) = 1}$

qui devient l'expression dont nous interrogeons la valeur dans le nœud (u,V)

$$[u \nLeftarrow_{uV} V] = [(u+V) + u] = V.$$

Pour conclure ce premier temps

Nous avons ainsi vérifié que

$$[\boldsymbol{\Psi_{uV}(0)} \nLeftarrow_{uV} \boldsymbol{\Psi_{uV}(1)}] = \boldsymbol{\Psi_{uV}(1)}$$

pour n'importe quel nœud construit de cette manière entre deux constantes dans une Algèbre de Boole étendue, avec d'autres constantes.

Attention l'Algèbre de Boole est ici construite par

somme $(p + q) = (p \nLeftrightarrow q)$ et produit $(p.q) = (p \wedge q)$

pour un nombre entier n sur

l'ensemble $B_2^n = \{0,1\}^n$

soit l'Algèbre construite sur les puissances n de l'anneau de Boole B_2

---

[5] Les logiciens devenus mathématiciens, depuis peu, ont, depuis longtemps, repéré la difficulté produite par l'*aliénation*. Ils l'ont située, comme toujours "*vue l'inversion générale de ce qu'on appelle la pensée*" en logique comme ailleurs, avec sont aspect involutif, juste un peu à côté.

Ne retenant que *le choix forcé* détaché de *la différence symétrique*, l'aliénation est réduite, comme d'habitude quand on ne sait où donner de la tête, à un supposé ***paradoxe***, dit : *paradoxe de l'implication matérielle*. Situant sa cause dans les deux expressions $\mathbf{(p \Rightarrow (q \Rightarrow p)}$ et $\mathbf{(\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)}$ l'analyse que Lewis en donne est défectueuse de distinguer seulement entre *conditionnelle* et *conditionnelle valide* comme le dira Quine plus tard, en tant qu'il ne s'agit que de cela, alors que même ici la question de l'assertion distincte de l'affirmation et de la négation reste méconnue des occidentés qui ne reconnaissent que l'autorité naturelle au lieu de sa cause dans la Loi de la Parole et sa différence cruciale avec l'inertie de l'écriture.

Ce défaut a donné l'occasion de construire un relativisme débile sous l'aspect d'une multitude de ***logiques modales*** en croyant prendre la suite d'Aristote. Celui-ci avait bien l'intention de rendre compte de la raison des syllogismes conclusifs. Visée de logique authentique mais entreprise au dessus de ses forces, comme l'a montré Lukasiewicz dans son magnifique ouvrage traitant de *La syllogistique d'Aristote*.

Il faut lire comment Lacan commente *le dérapage d'Aristote* dans deux séminaires, entre autres, distant de plus de dix années qui sont : Le séminaire L'IDENTIFICATION LIVRE IX (1962-63) dernière leçon et dans LES NON DUPES ERRENT LIVRE XVIII (1973-74) leçon 7 du 19 février.

$$Z_2^n = (B_2^n, +, \times)$$

qui est aussi susceptible d'une structure d'espace vectoriel en tant qu'extension du corps de Z_2 à condition d'y définir un *autre produit* qui n'a rien à voir avec le produit, ici $\times$, de la conjonction de Boole, mais c'est une autre histoire passionnante[6] en algèbre du côté de Galois.

Nous reprenons le théorèmes que nous avons démontré dans ce qui précède.

0. **Théorème**

$$\Psi_{u,V}(p\theta q) = (\Psi_{u,V}(p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}(q))$$

avec les définitions

a) $\Psi_{u,V}(p\theta q) = (u+V)(p\theta q) + u$

b) $(\Psi_{u,V}(p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}(q)) = ((u(p+1) + Vp)\ \theta_{u,V}\ (u(q+1) + Vq))$.

ici les variables p et q sont prises dans $\{0, 1\}$,

1. ***Tables de composition* des connecteurs classiques**

Nous allons présenter les tables de vérité des connecteurs binaire du type suivant

p	q	p θ q
0	0	a
0	1	b
1	0	c
1	1	d

sous l'aspect des tables de pythagore bien connues des lois de composition de l'arithmétique.

Une *table de composition* binaire est un petit tableau de quatre cases dont les valeurs inscrites dans les cases correspondent au résultat de la composition des deux valeurs qui sont lisibles en dehors du tableau *sur la gauche* pour p et *au dessus* pour q.

θ	0	1
0	a	b
1	c	d

afin de les organiser en *un treillis* qui se compose de lignes en lignes par l'union de deux prédécesseurs et dont les arrêtes par conséquence correspondent à la relation d'implication entre les connecteurs.

Pour obtenir ce diagramme nous dressons la liste des seize (16) connecteurs binaires de la logique canonique classique écrit en algèbre de Boole par addition et multiplication.

a. **Listes et treillis des connecteurs classiques θ écrits en algèbre**

Isolons quatre colonnes de quatre connecteurs qui différentes en fonction de ce mode d'écriture.

1	2	3	4
0	pq	1	pq + 1
p	pq + p	p + 1	pq + p + 1
q	pq + q	q + 1	pq + q + 1
p+q	pq + p + q	p + q + 1	pq + p + q + 1

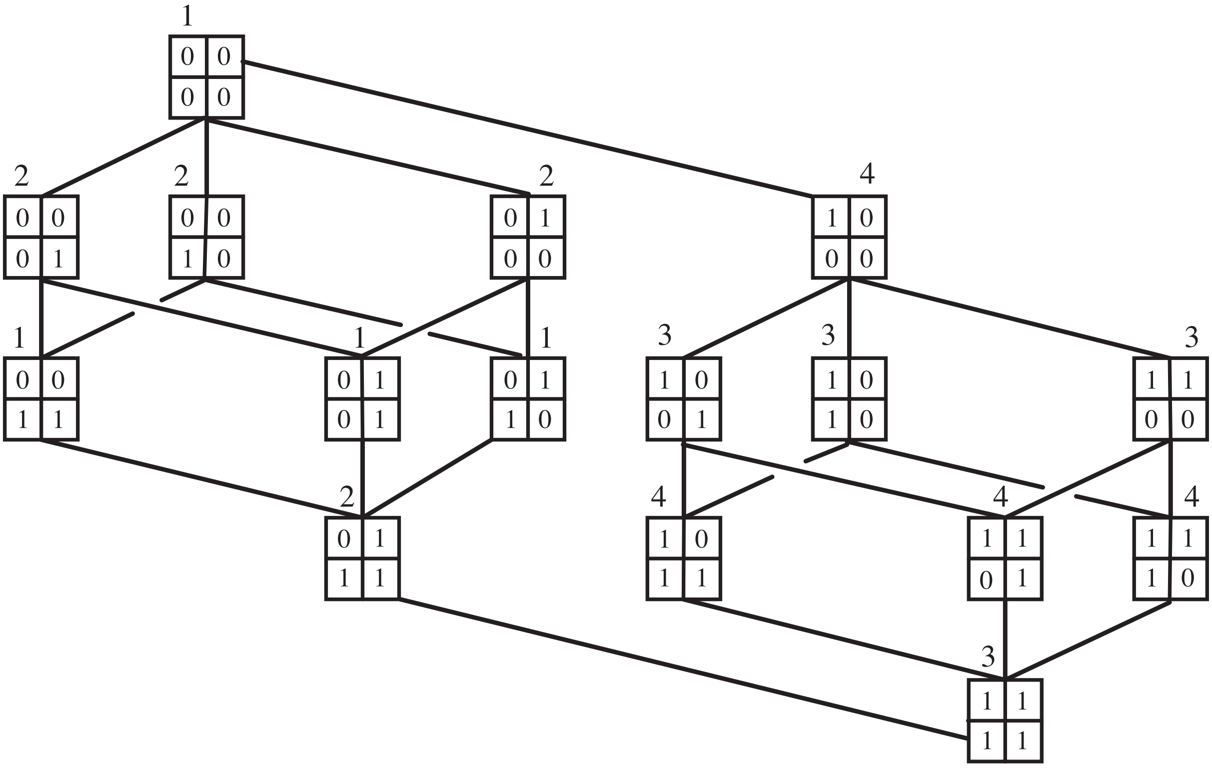
[6] voir note 3 dans ce qui précède.

Ils se répartissent selon l'ordre d'un treillis. Il s'agit d'un ordre qui n'est pas total, ce qui signifie que certains couples de connecteurs ne sont pas liés par la relation d'ordre, nous les disposons ainsi

0
|
pq   pq+p   pq+q   pq+p+q+1
| | |
p   q   p+q   p+q+1   q+1   p+1
| | |
pq+p+q   pq+q+1   pq+p+1   pq+1
|
1

afin de retrouver cet ordre entre les classiques tables de composition qui leur correspondes.

b. **Trellis des *tables de composition* des connecteurs θ**



Les chiffres 1, 2, 3, 4 indiquent la colonne dans la liste et le treillis qui précèdent correspondant au connecteur.

Remarquer déjà comment les colonnes obtenues de l'algèbre se répartissent dans cette structure d'ordre.

(1)
|
(2)   (2)   (2)   (4)
| | |
(1)   (1)   (1)   (3)   (3)   (3)
| | |
(2)   (4)   (4)   (4)
|
(3)

Vous pouvez les obtenir par le calcule les valeurs de chaque case en associant le connecteur à son tableau

Par exemple pour le connecteur (p+q) de la différence symétrique morganienne d'aspect et les variables déterminant les cases

(0,0) : a = 0, (0,1) : b = 1, (1,0) :c = 1, (1,01) : d = 0,

ce calcul produit le tableau suivant.

+	0	1
0	0	1
1	1	0

2. **Tables de composition des connecteurs $\theta_{u,V}$ d'un nœud logique (u,V)**

Fort de notre théorème qui nous assure de l'égalité suivante

$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}\ (q))$$

avec les définitions

a) $\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (u+V)\ (p\theta q) + u$

b) $(\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}\ (q)) = ((u(p+1) + Vp)\ \theta_{u,V}\ (u(q+1) + Vq))$.

avec $(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V.(X\theta Y) + u(V+1).(X\theta^{*}Y)$

ici les variables p et q sont prises dans $\{0, 1\}$,

nous voulons étudier la composition par les connecteurs $\theta_{u,V}$ telle que

$$(\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}\ (q))$$

en utilisant les trasformations par $\Psi_{u,V}$ des connecteurs classiques θ données par l'autre expression de notre théorème

$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (u+V)\ (p\theta q) + u$$

Cette expression nous donne l'énoncé non classique, du fait de la présence des deux lettres u et V, des connecteurs du nœud (u,V)

a. **Listes et treillis des connecteurs non classiques θ_{uV} écrits en algèbre**

Comme dans ce qui précède nous isolons quatre colonnes de quatre connecteurs qui différent en fonction du mode d'écriture classique.

1	2	3	4
(u+V).0+u = u	(u+V)pq+u	(u+V).1+u = V	(u+V)(pq+1)+u
(u+V)p+u	(u+V)(pq+p)+u	(u+V)(p+1)+u	(u+V)(pq+p+1)+u
(u+V)q+u	(u+V)(pq+q)+u	(u+V)(q+1)+u	(u+V)(pq+q+1)+u
(u+V)(p+q)+u	(u+V)(pq+p+q)+u	(u+V)(p+q+1)+u	(u+V)(pq+p+q+1)+u

Or notre théorème principale écrit l'équivalence sous l'aspect d'une égalité

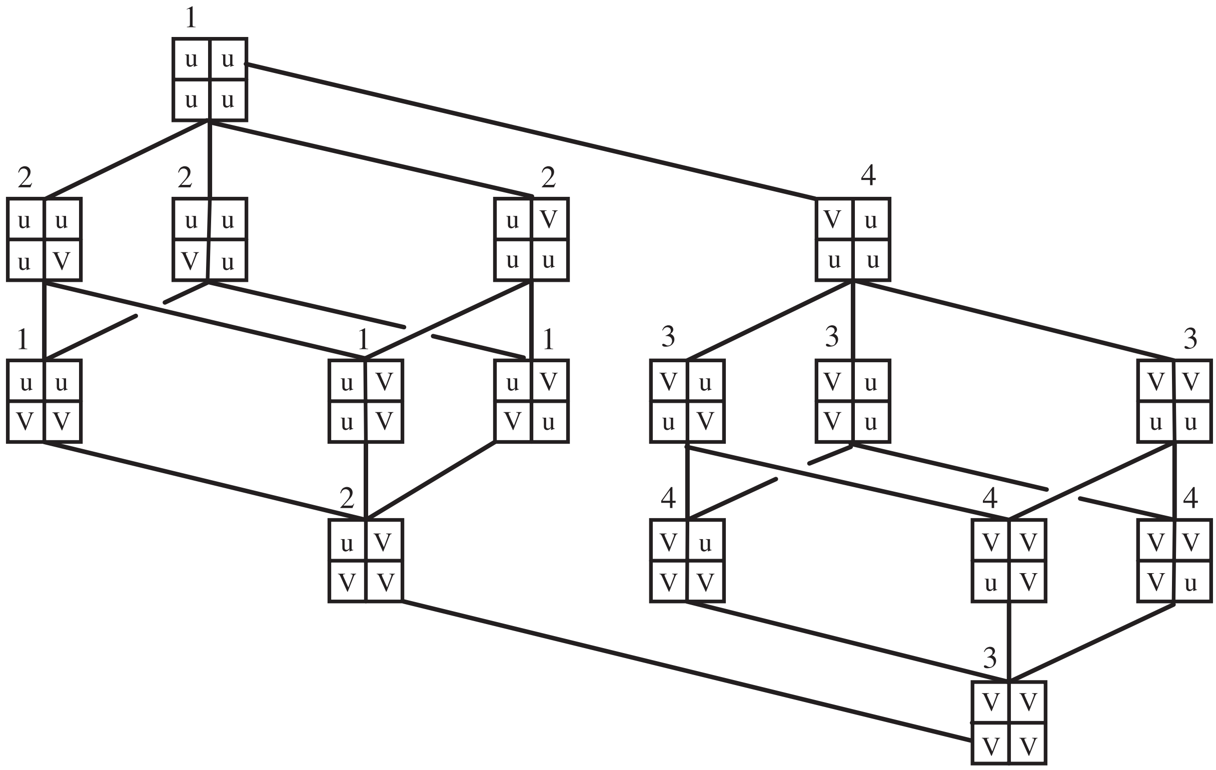
$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{uV}\Psi_{u,V}\ (q))$$

qui donne donc le résultat pour les valeurs de p et de q de chaque connecteur modifié

θ_{uV}	u	V
u	*a*'	*b*'
V	*c*'	*d*'

où *a*', *b*', *c*' et *d*' sont éléments de $\{u, V\}$

b. **Trellis des *tables de composition* des connecteurs non classiques $\theta_{\mathbf{uV}}$**



(u+V).0+u

|

(u+V)pq+u | (u+V)(pq+p)+u | (u+V)(pq+q)+u | (u+V)(pq+p+q+1)+u

(u+V)p+u | (u+V)q+u | (u+V)(p+q)+u | (u+V)(p+q+1)+u | (u+V)(q+1)+u | (u+V)(p+1)+u

(u+V)(pq+p+q)+u | (u+V)(pq+q+1)+u | (u+V)(pq+p+1)+u | (u+V)(pq+1)+u

(u+V).1+u

c. **Commentaire relatif à notre théorème principal**

Il faut alors préciser ici sa fonction

1. Nous avons dresser le treillis en termes de *tables de composition* du nœud logique (u,V), calculées en fonction des valeurs p et q de $Z_2 = (\{0, 1\}, +\ , \times)$ qui correspond à l'expression,

$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (u+V)\ (p\theta q) + u.$$

2. Mais ces tables sont les tables du nœud logique (u,V) qui écrivent aussi d'après notre théorème principal la composition des termes $\Psi_{u,V}$ (p) et de $\Psi_{u,V}$ (q) via le nœud trivial (0, 1) mais qui appartiennent à l'algèbre de ce nœud logique

$$(u,V) = (\{u, V\}, +_{u,V}\ , \times_{u,V})$$

en effet

$$\Psi_{u,V}\ (p) \in \{u, V\} \text{ et } \Psi_{u,V}\ (q) \in \{u, V\}$$

ces termes valent soit u soit V qui se composent entre eux par les connecteurs $\theta_{u,V}$ défini par

$$\begin{aligned}(X\theta_{uV}Y) = {} & \mathbf{(u+V)}[X\theta Y] \\ & + \mathbf{u(V+1)}[\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)] \\ & + \mathbf{u}\end{aligned}$$

pour selon notre premier résultat important produit ci-dessus donner les valeurs soit u soit V.

j.m. Vappereau Balvanera, Buenos Aires
topologie en extention, le 17 mars 2015